

## NÍVEL 1, 2 E 3, LISTA DE EXERCÍCIO PREPARATÓRIA PARA OBM

**MATEMÁTICA**

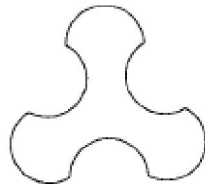
**OLIMPIADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA**

Prof.: Joel

**OBSERVAÇÃO:** ESTA É A 1ª DE VÁRIAS LISTAS DE EXERCÍCIOS, QUE ESTAREMOS DISPONIBILIZANDO, VISANDO A OLIMPIADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA – 2008. EM BREVE DAREMOS O GABARITO. BONS ESTUDOS.

### 1ª Questão:

André possui um terreno cuja área é limitada por uma cerca que consiste de seis semicírculos, cada um com raio medindo 10 metros, veja Figura abaixo. Além disso, os centros dos seis círculos são os vértices de um hexágono regular. Encontre, em  $m^2$ , a área do terreno de André.



(a)  $367\sqrt{2}$

(b)  $568\sqrt{5}$

(c)  $600\sqrt{3}$

(d)  $428\sqrt{7}$

(e) 785

### 2ª Questão:

Sabendo-se que para todo número natural  $n \geq 1$  vale a igualdade  $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$  e

que

$$S = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{99.100}, \text{ então:}$$

(a)  $S = 1$

(b)  $S = 0$

(c) 0,01

(d) 0,99

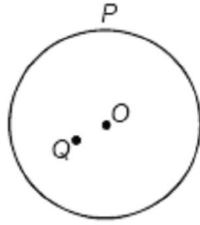
(e)  $S \geq 1$

### 3ª Questão:

O produto de quatro inteiros consecutivos é 7920. Achar os inteiros.

### 4ª Questão:

Sejam C um círculo com centro O e Q um ponto dentro do círculo C, com Q distinto de O, veja Figura abaixo. Onde deveríamos localizar um ponto P sobre a circunferência de C para maximizar o ângulo OPQ ?



**5ª Questão:**

Dois estudantes, A e B, disputam o jogo seguinte, em que jogam alternadamente. O jogador A começa. Inicialmente, o professor de Matemática escreve no quadro-negro oito dígitos 9. Na sua vez de jogar, cada jogador escolhe um número não nulo  $k$ , dentre os números escritos no quadro-negro. Se  $k$  é o menor número, ele o substitui por  $k - 1$ . Se  $k$  não é o menor número, ele o substitui pelo menor número escrito no quadro-negro. Vence aquele que primeiro obtém todos os números iguais a zero.

Supondo que cada jogador joga corretamente, quem vence: A ou B? Qual a estratégia vencedora?